**№43 Лекция**
**Тақырыбы:**

**Екінші туынды және оның физикалық мәні. Функцияның өсуінің , кемуінің, тұрақтылығының белгілері.**

Жоспар:

1. Екінші туынды табу ережесі
2. Екінші туындының физикалық мәні
3. Функция өсуінің, кемуінің белгісі
4. Функция тұрақтылығының белгісі

**1. Екінші туынды табу ережесі.**
**Ан 1.**
**Егер $y' = f'(x)$ функциясының туындысы бар болса, онда оны екінші туынды немесе екінші реттік туындысы деп атайды. Оларды былай жазуға болады:**
$y''; \quad y''_x; \quad f''(x);$

Мысалы 1:

$a).y' = 5, \quad y'' = 5' = 0;$

$b).y' = 3x^2 + 2x; \quad y'' = 6x + 2;$

. $c).y' = 6x + 4; \quad y'' = 6;$

$$y' = 2 \bullet \frac{1}{2\sqrt{u}} = \frac{1}{\sqrt{u}}; \quad y'' = -\frac{1}{\sqrt{u}} \bullet \left(\sqrt{u}\right)' = -\frac{1}{u} \bullet \frac{1}{2\sqrt{u}} = -\frac{1}{2u\sqrt{u}} \bullet \frac{\sqrt{u}}{\sqrt{u}} = -\frac{\sqrt{u}}{2u^2};$$

Мысалы 2:

$$a).f(x) = \frac{2x-1}{x}; \quad b).y = \left(x^2 - 1\right)^2; \quad c).f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x; \quad d).f(t) = e^{\sin t}; \quad e).s = 2\ln\frac{2}{2+t};$$

**ШЫҒАРЫЛУЫ:**

$$a).f(x) = \frac{2x-1}{x}; \Leftrightarrow f(x) = 2 - x^{-1}, f'(x) = x^{-2}, f''(x) = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^2};$$

$$b).y = \left(x^2 - 1\right)^2; \quad y' = 2(x^2 - 1) \bullet 2x = 4x^3 - 4x, y'' = 12x^2 - 4;$$

$$c).f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x; \quad f'(x) = \frac{1}{2}(-\sin 2x) \bullet 2 = -\sin 2x, f''(x) = -2\cos 2x;$$

$$d).f(t) = e^{\sin t}; \quad f'(t) = e^{\sin t}\cos t; f''(t) = e^{\sin t}\cos t - e^{\sin t}\sin t = e^{\sin t}(\cos^2 t - \sin t);$$

$$e).s = 2\ln\frac{2}{2+t}; \Leftrightarrow s = 2(\ln 2 - \ln(2+t), s' = -\frac{2}{2+t} = -2(2+t)^{-1}, s'' = 2(2+t)^{-2} = \frac{2}{\left(2 = t\right)^2};$$

2. **Екінші туындының физикалық мәні**

Қандай да бір материалдық нүкте түзу сызық бойымен қозғалатын болсын деейік, онда t уақытының әрбір мәніне М материалдық нүктесінің жүріп өткен жолының ұзындығын сәйкестендірейік, бұл сәйкестік бірмәнді болғандықтан , белгілі бір функция анықтайды, яғни жүрілген жол s-ті t уақытқы тәуелді функция ретінде қарастыруға болады: s=f(t)

Ан 1. Дененің $t = t_0$ уақытындағы лездік жылдамдығы $v(t_0)$ деп, оның $t_0$ мен $t_0 + \Delta t$ уақыттары аралығындағы орташа жылдамдығының $\Delta t \to 0$ ұмтылғандағы шегін айтамыз

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}$$

Немесе $v(t_0) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

Ал лездік жылдамдықтан екінші реттік туындысы – үдеу болады $a(t) = v'(t_0) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

**3. Функция өсуінің белгісі**

1. Функцияның өсу және кему аралықтары:

Теорема 1.

1. ( функцияның өспелі болуының жеткілікті шарты)

Егер $(a;b)$ интервалының әрбір нүктесінде $f'(x) > 0$ теңсіздігі орындалса, онда функция осы аралықта өспелі болады.

2. (функцияның кемімелі болуының жеткілікті шарты)

Егер $(a;b)$ интервалының әрбір нүктесінде $f'(x) < 0$ теңсіздігі орындалса, онда функция осы аралықта кемімелі болады.

2. ( Салдар1. )

Егер $f(x)$ функциясы $[a;b]$ кесіндісінде үздіксіз және $(a;b)$ интервалындағы туындысы нөлге тең болса, онда $f(x)$ функциясы $[a;b]$ кесіндісінде тұрақты болады.

**Функция экстремумдарының қажетті және жеткілікті шарттары:**

Теорема 2.

( экстремумның қажетті шарты)

Айталық, $y = f(x)$ функциясы $x_0$ нүктесінің маңында анықталып, осы $x_0$ нүктесі функцияның экстремум нүктесі болсын. Онда $f'(x_0) = 0$ немесе функцияның $x_0$ нүктесінде туындысы болмайды

Теорема 3.

( экстремумның 1-жеткілікті шарты)

Егер $y = f(x)$ функциясы $x_0$ нүктесінде үздіксіз, $(a;x_0)$ және $(x_0;b)$ аралықтарында функция туындысы $f'(x_0)$- тің таңбасы әртүрлі болса, онда $x_0$ функцияның экстремум нүктесі болады.

Атап айтқанда,

А). Егер әрбір $x \in (a;x_0)$ үшін $f'(x) > 0$ және әрбір $x \in (x_0;b)$

үшін $f'(x) < 0$ болса, онда $x_0$ -максимум нүктесі;

В). Егер әрбір $x \in (a;x_0)$ үшін $f'(x) < 0$ және әрбір $x \in (x_0;b)$

үшін $f'(x) > 0$ болса, онда $x_0$ -миниимум нүктесі болады.

Сонымен функцияның экстремум нүктелерін анықтауды мынадай ережелермен тапқан жөн:

1). Функцияның стационар ( қауіпті )нүктелерін анықтау керек, яғни функция туындысының нөлге тең болатын нүктелері мен туындысы болмайтын нүктелерді табу қажет.Қысқаша:

$f'(x) = 0 \,\&\, f'(x) = \exists$

2). Әрбір стационар ( қауіпті ) нүктенің маңында туындының таңбасын зерттеу керек. Егер сол жақтан оңға қарай қауіпті нүкте арқылы өткенде:

А). Функция туындысының таңбасы $f'(x) > 0$-тен $f'(x) < 0$- ке өзгерсе, онда бұл стационар нүкте максимум болады

В). Функция туындысының таңбасы $f'(x) < 0$-тен $f'(x) > 0$ - ға өзгерсе, онда бұл стационар нүкте миниимум болады

**БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ:**

1. Функцияның өсу және кему аралықтары қалай анықталады?
2. Экстремум дегеніміз не?
3. Қандай нүктелер максимум және минимум деп аталады?
4. Қаедай нүктелер қауіпті ( кризистік ) деп аталады?

5. Экстремумның қажетті 1-шартын тұжырымдап айтыңыз.
6. Функцияның экстремумдарын ( максимумын және минимумын) анықтау ережелерін тұжырымдаңыз.

**ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТ:**

1. Н.В. Богомолов Задачи по математике  с решениями Москва «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 2006 г., 395 бет
2. Ә.Н. Шыныбеков Алгебра және анализ бастамалары 10 сынып, 2006 ж, 170 бет