

## Лекция №4

**Тақырыбы: Теңсіздік. Теңсіздікті шешу. Теңбе-теңдік теңсіздік. Теңсіздік қасиеттері.**

ЛЕКЦИЯ ЖОСПАРЫ:

1. Квадраттық теңсіздіктер және жоғары дәрежелі теңсіздіктер.
2. Модулі бар теңсіздіктер
3. Өз бетімен жұмыс

### Квадраттық теңсіздіктер және жоғары дәрежелі теңсіздіктер

Теңсіздікті шешудің жалпы тәсілі:

- ✓ Теңсіздіктің бір бөлігінен қосылғыштарды екінші бөлігіне ауыстыру.
- ✓ Айнымалысы бар бір бөлігінің түбірлерін тауып, көбейткіштерге жіктеу.
- ✓ Түбірлерді сандық координатасына салып, өрнектің әрбір аралықтағы таңбасын анықтау.
- ✓ Таңбалар екі еселі түбірлерде ғана өзгермейтінін ескеру керек.

Мысалдар:

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

A).  $(x - 2) \cdot (x + 1) \leq 0$

$$x = 2 \text{ \& } x = -1$$

	$-\infty$		$-1$		$2$		$\infty$
X							
$(x-2)(x+1)$		+		-		+	

Жауабы:  $-1 \leq x \leq 2$  немесе  $[-1; 2]$

B). 
$$\frac{x^4 \cdot (x^2 - 9) \cdot (x^2 - 3x)}{(x^3 - x) \cdot (x + 2)^3} \leq 0$$

$$\frac{x^4(x-3)(x+3)x(x-3)}{x(x-1)(x+1)(x+2)^3} \leq 0$$

$x=0$  екі еселі түбір, ол 6 рет кездеседі.  $x=3$  екі еселі түбір, ол 2 рет кездеседі.  $x=-3$   $x=1$   $x=-1$   $x=-2$  жай түбірлер, олар тақ рет кездеседі.

$X=0, x=1, x=-1, x=-2$  сандары теңсіздіктің шешімдері бола алмайды.

	$-\infty$		$-3$		$-2$		$-1$		$0$		$1$		$3$		$\infty$
X															
Сол жағы		+		-		+		-		-		+		+	

$X=4$  санын аламыз. 
$$\frac{4^5 \cdot (4-3)^2 \cdot (4+3)}{4(4-1) \cdot (4+1) \cdot (4+2)^3}$$
 өрнегі оң мән

қабылдайды. Бізге өрнектің теріс мәні қажет, сондықтан  $x \in [-3; -2) \cup (-1; 0) \cup (0; 1)$

### 2. Модулі бар теңсіздіктер

A).

$$|3x-1| \leq 2$$

$$3x-1=0 \Rightarrow x > 1/3; x < 1/3; x = 1/3$$

$$a). x \geq 1/3 \Rightarrow |3x-1| = 3x-1 \Rightarrow 3x-1 \leq 2 \Rightarrow 3x \leq 3 \Rightarrow x \leq 1$$

$$x_a \in \left[ \frac{1}{3}; 1 \right]$$

$$b). x < \frac{1}{3} \Rightarrow -|3x-1| \Rightarrow -(3x-1) \leq 2 \Rightarrow -3x+1 \leq 2 \Rightarrow -3x \leq 1$$

$$x_b \in \left[ -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right)$$

$$x \in \left[ -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right) \cup \left[ \frac{1}{3}; 1 \right] = \left[ -\frac{1}{3}; 1 \right]$$

B).  $\frac{|y-12|}{y} > 2$  теңсіздігінің қанағаттандыратын  $y$ -тің ең үлкен бүтін шешімін табыңыз.

$$|y-12| = \begin{cases} y \geq 12 \Rightarrow y-12 \\ y < 12 \Rightarrow -y+12 \end{cases}$$

$$\text{Шешуі: } \frac{|y-12|}{y} > 2 \Rightarrow |y-12| > 2y \Rightarrow \begin{cases} y \geq 12 \Rightarrow y-12 > 2y \\ y < 12 \Rightarrow -y+12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq 12 \Rightarrow 12 > y \text{ (шешімі жоқ)} \\ y < 12 \Rightarrow -3y > -12 \text{ (Ж. } y < 4) \end{cases}$$

Жауабы  $(-\infty; 4)$

### **3.Өз бетімен жұмыс**

1).  $(x-1)(x-2)(x+4) \geq 0$

2).  $x^3 - 10x^2 + 21x \geq 0$

3).  $\frac{x^2-4}{x^2+4} < 0$  4).  $\begin{cases} \frac{x-7}{x+2} < 0 \\ \frac{-3}{x+2} < 0 \end{cases}$  5).  $|2(x+1)| \geq 3x+3$  6).  $\frac{1}{4}|5x-11| < 3$

7).  $|2(x+3)| < 9x-5$  8).  $6^{x^2+2x} > 6^3$  9).  $|x-3| \geq 2x+1$

10).  $(4+2x)(12-3x) > 0$

Жауаптары

1.  $-4 \leq x \leq 1, x \geq 2$
2.  $x \in [0;3] \cup [7;\infty)$
3.  $x \in (-2;2)$
4.  $x \in (-2;7)$
5.  $x \in (-\infty;1]$
6.  $x \in (0,2;4,6)$
7.  $x \in \left(\frac{11}{7};\infty\right)$
8.  $x \in (-\infty;-3) \cup (1;8)$
9.  $x \in \left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$
10.  $x \in (-\infty;-2) \cup (4;\infty)$

**БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ:**

1. Теңсіздікті шешудің жалпы қанша тәсілі бар?
2. Интервал әдісінде нольдік нүктелер деген қалай табылады?
3. Түбірлерді сандық координатаға не үшін салады?
4. Жауабын жазғанда жәй жақша мен тік жақшаның айырмашылығы неде?

**ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТ:**

Исмаил Акийол Математика – 1 том, 2007 ж